

**القسم الأول: أختار الإجابة الصحيحة لكل مما يلي: (ثلاث درجات لكل إجابة صحيحة)**

<p>7- P<sub>6</sub> تساوي: A- 720 B- 1 C- 0 D- غير ذلك</p>	<p>1- ينتمي العدد <math>\sqrt{26}</math> الى مجموعة الأعداد: A- الطبيعية B- الصحيحة C- العادية D- الحقيقية</p>
<p>8- <math>a^3 * a^5</math> يساوي: A- <math>a^{15}</math> B- <math>a^8</math> C- <math>a^2</math> D- غير ذلك</p>	<p>2- تعتبر المصفوفة: <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> A- مصفوفة قياسية B- مصفوفة الوحدة C- مصفوفة مثلثية عليا D- مصفوفة مثلثية سفلى</p>
<p>9- حلول المعادلة <math>x^2 + 6x + 9 = 0</math> هي: A- ليس لها حل B- حلان مختلفان وهما: <math>x = 3</math> و <math>x = -3</math> C- حلان متشابهان وهما: <math>x = -3</math> D- غير ذلك</p>	<p>3- تعتبر المصفوفة <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> مصفوفة: A- من الدرجة <math>1 \times 2</math> B- من الدرجة <math>2 \times 1</math> C- من الدرجة <math>1 \times 1</math> D- من الدرجة <math>2 \times 2</math></p>
<p>10- المصفوفة الصفرية هي المصفوفة التي يكون: A- جميع عناصر القطر الرئيسي أصفار B- جميع عناصرها اصفار C- جميع عناصر القطر الثانوي أصفار D- جميع عناصرها اصفار باستثناء العناصر التي تقع على القطر الرئيسي</p>	<p>4- قيمة المميز <math>\Delta</math> للمعادلة <math>2x^2 - 5x + 2 = 0</math> هي: A- 9 B- 41 C- 9 D- غير ذلك</p>
<p>11- حلول المعادلة <math>5x - 5 = 10x - 10</math> هي: A- حل وحيد <math>x = 1</math> B- عدد لا نهائي من الحلول C- ليس لها حل D- لا شيء مما سبق</p>	<p>5- بكم طريقة يمكن اختيار حرفين (بدون مراعاة الترتيب) من مجموعة الحروف E, F, G: A- 6 طرق B- 12 طريقة C- 3 طرق D- غير ذلك</p>
<p>12- بكم طريقة مختلفة يمكن أن يختار أحد الطلاب مقررا واحدا فقط من الإحصاء أو الرياضيات أو الفيزياء إذا علم أن هناك 3 مقررات مختلفة للإحصاء و 2 مقررين مختلفين للرياضيات و 2 مختلفين للفيزياء: A- 12 طريقة مختلفة B- 7 طرق مختلفة C- 8 طرق مختلفة D- غير ذلك</p>	<p>6- حل مجموعة المعادلات الخطية التالية هي: <math display="block">\begin{cases} -2x + y = 5 \\ 3x - 4y = -25 \end{cases}</math> A- لها عدد لا نهائي من الحلول B- مستحيلة الحل C- <math>x = 1, y = 7</math> D- <math>x = 9, y = 23</math></p>

القسم الثاني: أجب على جميع المسائل التالية:

**المسألة الأولى: (9 درجة)**

إذا كان لديك المصفوفتان A, B كما في الشكل:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

والمطلوب: احسب كلاً مما يلي:

$$C = B + B - 1 \text{ درجتان}$$

الجواب: في حال أخطأ الطالب بالجمع يحاسب حسب عدد العناصر الصحيحة

$$B + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 0+0 & 5+5 \\ 3+3 & 3+3 & 7+7 \\ 5+5 & 4+4 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 10 \\ 6 & 6 & 14 \\ 10 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

2- محدد المصفوفة B ثلاث درجات

$$\Delta_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 7 & 3 & 3 \\ 5 & 4 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$K1 = 1*3*0 + 0*7*5 + 5*3*4 = 60$$

$$K2 = 5*3*5 + 1*7*4 + 0*3*0 = 75 + 28 = 103$$

$$|B| = K1 - K2 = 60 - 103 = -43$$

$$D = A^T * A - 3$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ درجتان}$$

$$A^T * A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*1 + 2*2 + 0*0 & 1*3 + 2*4 + 0*3 \\ 3*1 + 4*2 + 3*0 & 3*3 + 4*4 + 3*3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 34 \end{pmatrix} \text{ درجتان}$$

### المسألة الثانية: (13 درجات)

يبيع مكتب سياحي ثلاثة أنواع من التذاكر (Offer، Economy، VIP)، فإذا كان مجموع أسعار التذاكر الثلاثة مجتمعة هو 18 مليون وحدة نقدية، وكان مجموع أسعار تذكرتين من Offer وتذكرة من Economy يقل بمقدار 2 مليون عن مثلي سعر تذكرة من VIP، وكان مجموع أسعار 3 تذاكر من Offer وتذكرة من Economy يزيد عن سعر تذكرة من VIP بمقدار 10 مليون. احسب سعر كل نوع من التذاكر كلاً على حدا؟

الحل:

وضع المعادلات بشكل صحيح يأخذ الطالب ثلاث درجات، عند الخطأ يحاسب الطالب لمرة واحدة ويتم متابعة العلامة حسب حله، يمكن اختصار الخطوات وأخذ العلامة الكاملة إذا تبين فهم الطالب.

نفرض أن ثمن تذكرة VIP هو X، وأن ثمن تذكرة Economy هو Y، وأن ثمن تذكرة Offer هو T وعلى ذلك يكون:

$$X + Y + T = 18 \quad (1)$$

$$2T + Y - 2X = -2 \quad (2)$$

$$3T + Y - X = 10 \quad (3)$$

من 1 نجد أن:  $X = 18 - Y - T$  نعوض في 2 نجد: (درجتان)

$$2T + Y - 2(18 - Y - T) = -2$$

$$2T + Y - 36 + 2Y + 2T = -2$$

$$4T + 3Y = 34 \quad (4) \quad \text{(درجة واحدة)}$$

من 1 نجد أن:  $X = 18 - Y - T$  نعوض في 3 نجد: (درجتان)

$$3T + Y - (18 - Y - T) = 10$$

$$3T + Y - 18 + Y + T = 10$$

$$4T + 2Y = 28 \quad (5) \quad \text{(درجة واحدة)}$$

ب طرح 4 من 5 نجد:

$$Y = 34 - 28 = 6 \quad \text{(درجتان)}$$

وبالتعويض في 4 و 1 نجد أن:

$$T = 4, X = 8 \quad \text{(درجة واحدة)}$$

إذاً ثمن تذكرة VIP هو 8 مليون وحدة نقدية و ثمن تذكرة Economy هو 6 مليون وحدة نقدية و ثمن تذكرة Offer هو 4 مليون وحدة نقدية. (درجة واحدة)

يمكن حل المسألة بطريقة المصفوفات ويأخذ الطالب العلامة كاملة.

$$\begin{aligned} X + Y + T &= 18 \\ -2X + Y + 2T &= -2 \\ -X + Y + 3T &= 10 \end{aligned} \quad (3 \text{ درجات})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad (\text{درجهانه})$$

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1(1)(3) + 1(2)(-1) + 1(-2)(1) = -1$$

$$K_2 = 1(1)(-1) + 1(2)(1) + 1(-2)(3) = -5$$

$$\Delta A = K_1 - K_2 = -1 - (-5) = -1 + 5 = 4 \quad (\text{درجهانه})$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 18 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 10 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 18 \\ -2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\Delta X_1 = K_1 - K_2 = 72 - 40 = 32 \Rightarrow X = \frac{\Delta X}{\Delta A} = \frac{32}{4} = 8 \quad (\text{درجه واحدة})$$

$$K_1 = (18)(1)(3) + (1)(2)(10) + (1)(-2)(1) = 54 + 20 - 2 = 72$$

$$K_2 = (1)(1)(10) + (18)(2)(1) + (1)(-2)(3) = 10 + 36 - 6 = 40$$

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 18 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \\ -1 & 10 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 18 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta Y = K_1 - K_2 = (-6 - 36 - 20) - (2 + 20 - 108)$$

$$= (-62) - (-86)$$

$$= -62 + 86 = 24 \Rightarrow Y = \frac{\Delta Y}{\Delta A} = \frac{24}{4} = 6 \quad (\text{درجه واحدة})$$

(درجه واحدة)

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 18 \\ -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta T = K_1 - K_2 = (10 + 2 - 36) - (-18 - 2 - 20)$$

$$= -24 - (-40)$$

$$= -24 + 40 = 16 \Rightarrow T = \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{16}{4} = 4 \quad (\text{درجه واحدة})$$

(درجه واحدة)

**المسألة الثالثة: (22 درجة)**

لديك مصفوفة الدفع الآتية في لعبة يتنافس فيها فندقين على الهيمنة في سوق العمل:

		استراتيجيات الفندق الثاني	
		A	B
استراتيجيات الفندق الأول	1	4	-3
	2	-2	5

- والمطلوب: 1- حدد نوع الاستراتيجية المستخدمة من قبل كل فندق مع السبب، ثم أوجد قيمة المباراة وبين احتمالات استخدام الاستراتيجيات المتبعة لكل من الفندقين المتنافسين.  
2- إذا علمت أن الفندق الأول قد غير من استراتيجياته الأولى لتصبح (-2 و -3) على التوالي، هل ستتغير الاستراتيجيات المتبعة من الفندقين وقيمة المباراة علل ذلك؟

الحل:

**الطلب الأول:**

		استراتيجيات الفندق الثاني		min	Max (min)
		A	B		
استراتيجيات الفندق الأول	1	4	-3	-3	-2
	2	-2	5	-2	
max		4	5		
Min (max)			4		$4 \neq -2$

إذا لا يوجد نقطة ارتكاز وبالتالي الاستراتيجية المعتمدة هي الاستراتيجية المختلطة وقيمة المباراة ستكون  $-2 \leq$  قيمة المباراة  $\leq 4$

أربع درجات لمعرفة عدم وجود نقطة ارتكاز وحصر قيمة المباراة بين قيمتين واختيار الاستراتيجية

استراتيجية الفندق الأول: (X1, X2)

استراتيجية الفندق الثاني: (Y1, Y2)

الفندق الأول:

		استراتيجيات الفندق الثاني		
		A (Y1)	B (1-Y1)	
استراتيجيات الفندق الأول	1	X1	4	-3
	2	1-X1	-2	5

$$4X1 - 2(1-X1) = 4X1 - 2 + 2X1 = 6X1 - 2 \quad \text{درجة واحدة}$$

$$-3X1 + 5(1-X1) = -3X1 + 5 - 5X1 = -8X1 + 5 \quad \text{درجة واحدة}$$

بتساوي الاستراتيجيتين يكون:

$$6X1 - 2 = -8X1 + 5 \quad \text{درجة واحدة}$$

$$6X1 + 8X1 = 5 + 2$$

$$14X1 = 7$$

$$X1 = 7 / 14 = 1 / 2 = 0.5 \text{ درجة واحدة}$$

$$X2 = 1 - 0.5 = 0.5 \text{ درجة واحدة}$$

أي الفندق الأول سيتم الاستراتيجية الأولى باحتمال 0.5 أو نسبة 50% والاستراتيجية الثانية باحتمال 0.5 أو نسبة 50% درجة واحدة

قيمة المباراة تكون:

$$6X1 - 2 = 6 (0.5) - 2 = 3 - 2 = 1 \text{ درجة واحدة}$$

الفندق الثاني:

$$4Y1 - 3 (1-Y1) = 4Y1 - 3 + 3Y1 = 7Y1 - 3 \text{ درجة واحدة}$$

$$- 2Y1 + 5 (1-Y1) = - 2Y1 + 5 - 5Y1 = - 7Y1 + 5 \text{ درجة واحدة}$$

بتساوي الاستراتيجيتين يكون:

$$7Y1 - 3 = - 7Y1 + 5 \text{ درجة واحدة}$$

$$7Y1 + 7Y1 = 5 + 3$$

$$14Y1 = 8$$

$$Y1 = 8 / 14 = 4 / 7 = 0.57 \text{ درجة واحدة}$$

$$Y2 = 1 - 4 / 7 = 3 / 7 \text{ درجة واحدة}$$

أي الفندق الأول سيتم الاستراتيجية الأولى باحتمال 0.57 أو 7/4 أو نسبة 57% والاستراتيجية الثانية باحتمال 0.43 أو 7/3 أو نسبة 43% درجة واحدة  
قيمة المباراة تكون:

$$7Y1 - 3 = 7 * (4/7) - 3 = 4 - 3 = 1$$

أي أن ربح الفندق الأول سيكون 1 وهو خسارة الفندق الثاني. درجة واحدة  
الطلب الثاني:

		استراتيجيات الفندق الثاني		min	Max (min)
		A	B		
استراتيجيات الفندق الأول	1	-2	-3	-3	-2
	2	-2	5	-2	
max		-2	5		
Min ( max)			-2		-2 = -2

إذاً يوجد نقطة ارتكاز وبالتالي الاستراتيجية ستتغير الى استراتيجية صافية وقيمة المباراة ستصبح -2 وهي خسارة الفندق الأول وربح للفندق الثاني.

أربع درجات لمعرفة وجود نقطة ارتكاز واختيار الاستراتيجية ثم كتابة قيمة المباراة.

انتهى سلم التصحيح

مدرس المقرر

د. مؤيد شقره